



XXV OLIMPIADA ESPAÑOLA DE FÍSICA

FASE LOCAL DE BURGOS

14 de febrero de 2014

Examen elaborado con la colaboración de los profesores:

Isabel Gómez Ayala

M. Iván González Martín

Rodrigo Martínez Mayo

Andrés Serna Gutiérrez



PRUEBA N° 1

“CUANDO NO PODEMOS MEDIR AQUELLO DE LO QUE ESTAMOS HABLANDO, NUESTRO CONOCIMIENTO ES CONFUSO Y CONTRADICTORIO” (Lord Kelvin)

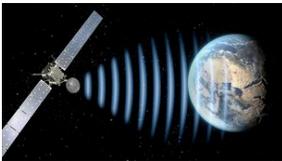
El Sistema Internacional de Unidades (SI) es el sistema legal de unidades vigente en España y en el resto de los países del mundo, excepto en EEUU, Liberia y Myanmar. Tiene Vd. a su disposición el anexo corregido del Real Decreto 2032/2009, de 30 de diciembre, del Ministerio de Industria, Turismo y Comercio referente a su aplicación en nuestro país. El documento es muy interesante para una persona que, como Vd., se va a dedicar a la ciencia o a la técnica. Recuerde llevárselo cuando salga de la prueba para leerlo tranquilamente cuando tenga un rato.

De momento lo vamos a utilizar como elemento de consulta, si Vd. lo necesita, para contestar a las preguntas siguientes. Dado que es un poco largo, le indicamos las tablas en las que puede consultar los datos más relacionados con cada pregunta pero conviene que eche una ojeada al texto completo.

1.- Según recomienda la FIFA, las dimensiones de un campo de fútbol para un mundial deben ser $105\text{m} \times 68\text{m}$. ¿Podría indicarnos su superficie en hectáreas, unidad habitualmente utilizada por los agricultores? (Tabla 6)

2.- ¿Cuántos litros de agua caben en un depósito cilíndrico si el diámetro de la base son 2200 mm y su altura 580 cm? (Tabla 6)

3.- La nave “Rosetta”, llamada “Bella durmiente”, ha sido despertada el 20 de enero después de 31 meses en hibernación aprovechando que su órbita la traía a “sólo” 673 millones de kilómetros de la Tierra. ¿Aproximadamente, cuántos minutos tardó en llegar desde la Tierra hasta la nave la señal que ordenó su puesta en marcha? Recuerde que la señal es una onda electromagnética viajando en el vacío ... (Tabla 7)



4.- La potencia total generada por el Sol es del orden de 10^{23} kW. ¿Cuánto supone esto expresado en eV/h ? (Tablas 3 y 7)



5.- Sabiendo que en promedio poseemos $2,5$ cabellos/ mm^2 ¿sería capaz de estimar el orden de magnitud del número de cabellos que posee una persona? Explique las suposiciones que realice.

6.- Le pedimos una opinión crítica sobre la siguiente noticia:

El quirófano global. El País, 17 de septiembre de 2013

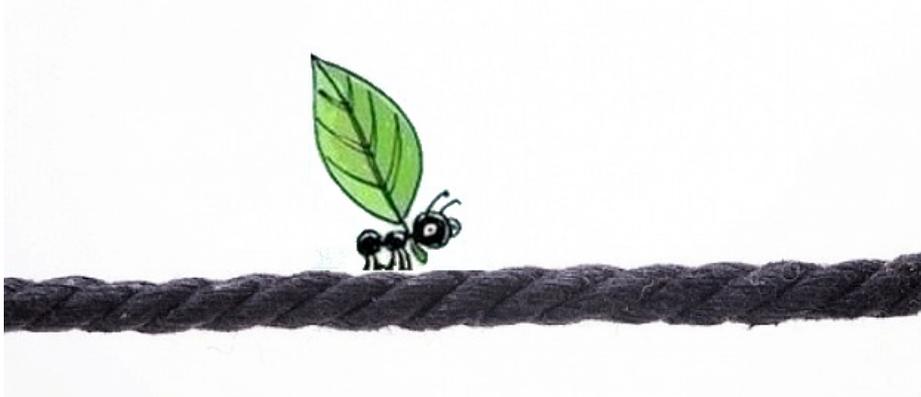
*“Decir que se trata de una operación **mínimamente invasiva** es, a estas alturas, algo casi redundante. No hay cirugía que se precie [...] en la actualidad que no se haga así. Solo dos incisiones, una en un lado de la rodilla para introducir la cámara con su luz, y otra, de **unos 10 centímetros cuadrados**, en la parte contraria, por donde se manipulará la lesión y se introducirá el cultivo reparador. Esta deriva de la cirugía hacia lo **pequeño** —insistimos, siempre que se pueda— es una de las causas para que el uso de tecnologías cada vez más complejas sea imprescindible. Si tradicionalmente se decía que los traumatólogos eran los carpinteros del cuerpo (y los estomatólogos o internistas, los fontaneros), ahora, en casos como éste [...], los médicos se parecen más a un orfebre ...”*

http://sociedad.elpais.com/sociedad/2013/09/17/actualidad/1379445535_426635.html

PRUEBA N° 2

UN PASEO POR LA NATURALEZA

Sea una hormiga transportando una hoja a lo largo de una cuerda:



Nuestra amiga se mueve a lo largo de una cuerda de forma rectilínea y tras observarla un rato podemos decir que su vector de posición con respecto a la cuerda viene dado por:

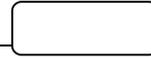
$$\vec{x}(t) = \left(-\frac{3}{2}t^2 + 30t + 5 \right) \vec{i} \text{ mm}$$

Responda a las siguientes cuestiones:

- ¿Cuál es el significado físico de $\vec{x}(0) = 5\vec{i}$ mm?
- Calcule la posición y la velocidad de la hormiga para los instantes $t = 5$ s y $t = 20$ s. ¿Es razonable pensar que la hormiga se ha perdido?
- ¿Cuántos centímetros habrá recorrido la hormiga entre los dos instantes anteriores?
- Calcule la aceleración del movimiento y, de acuerdo con ello, diga qué tipo de movimiento ha llevado la hormiga.

A partir del instante $t = 20$ s, nuestra amiga, sin darse cuenta, se introduce en una larga zona pegajosa de la cuerda, cuyo efecto es una resistencia a su avance que crece con la velocidad. Dicha resistencia se puede equiparar a una aceleración opuesta a su movimiento, superpuesta a la aceleración que ya poseía, de cuantía igual a un medio de su velocidad instantánea.

- Escriba la ecuación para la aceleración en dicha zona pegajosa.
- Teniendo en cuenta la definición genérica de la aceleración como función de la velocidad integre la ecuación anterior, teniendo en cuenta las condiciones iniciales (instante $t = 20$ s), y obtenga la expresión que nos indica cómo varía la velocidad de la hormiga en función del tiempo.
- El módulo de la velocidad, debido a la resistencia al avance en dicha zona, va disminuyendo. ¿Llegará a anularse su valor? Razone la respuesta. Si la respuesta fue negativa, ¿sería capaz de indicar su valor límite?

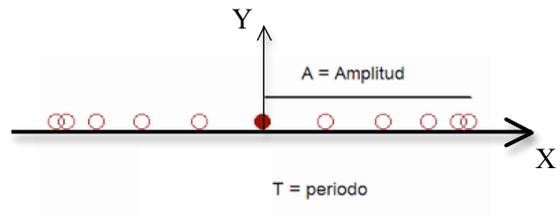


PRUEBA Nº 3

CUANTO MÁS SENCILLO, MÁS ELEGANTE Y MÁS PODEROSO

Una partícula se mueve con un movimiento armónico simple en el eje X alrededor del origen. Si al pasar por una posición x_0 , siempre que $x_0 \neq 0$, su aceleración es a_0 , demuestre que su periodo T viene dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\left| \frac{x_0}{a_0} \right|}$$



Y si al pasar por la posición $x = 0$, su velocidad es v_1 , demuestre que su amplitud A viene dada por:

$$A = v_1 \sqrt{\left| \frac{x_0}{a_0} \right|}$$

RECUERDE, la función $|N|$, *valor absoluto* de N , significa considerar siempre el valor positivo de N .

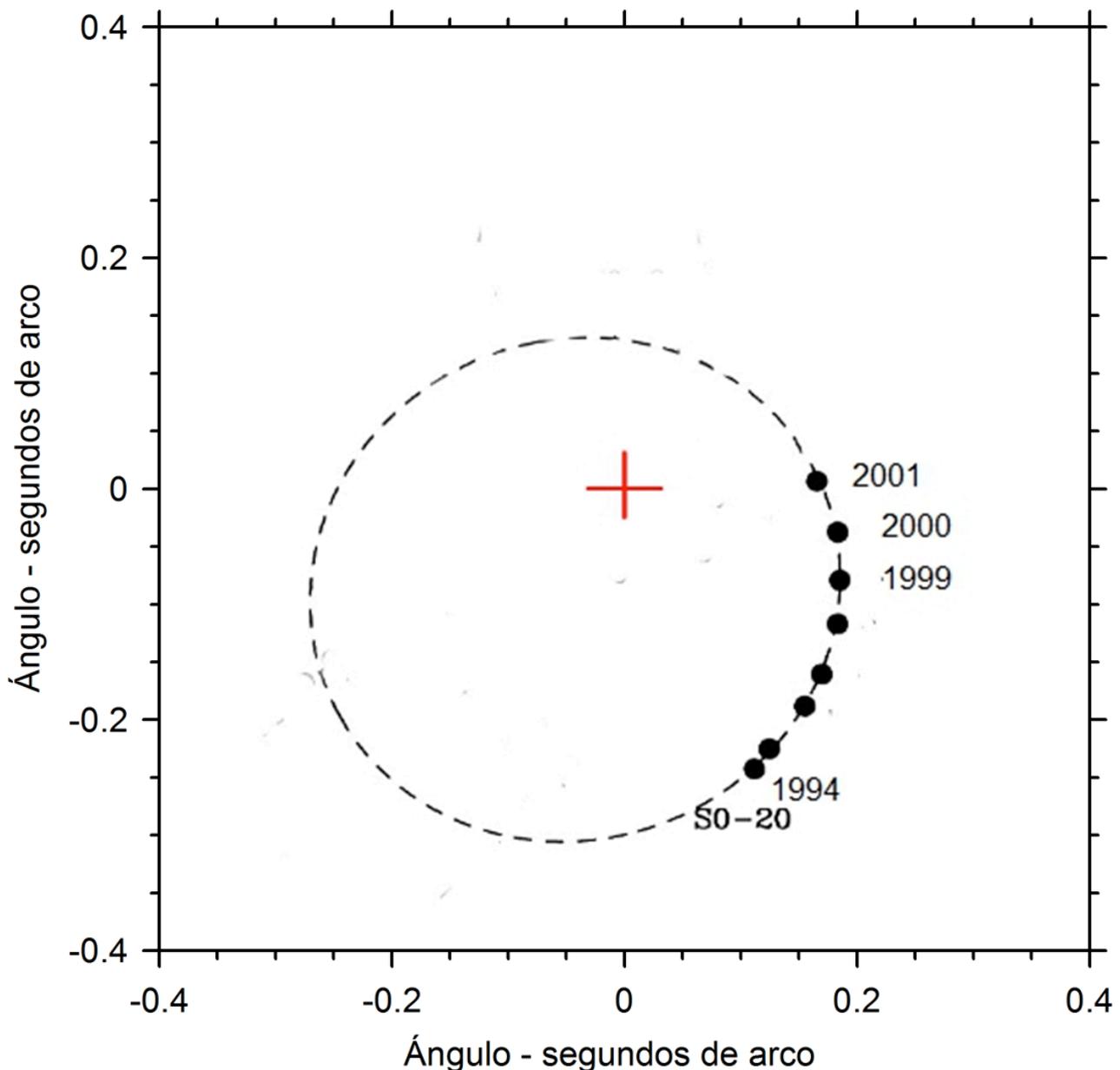


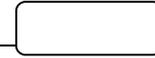
PRUEBA N° 4

LOS AGUJEROS NEGROS SE PUEDEN PESAR

Los astrofísicos creen que buena parte de las galaxias poseen en su centro un agujero negro, es decir, un objeto cuyo campo gravitatorio es tan intenso que cualquier objeto que se acerca lo suficiente a él es atraído irremisiblemente hacia su centro, sin poder salir nunca más.

No podemos ver el agujero negro que hay en el centro de nuestra propia galaxia, pero detectamos su presencia estudiando el movimiento de los objetos próximos (pero no tan próximos como para ser engullidos). La figura adjunta muestra la órbita, alrededor del supuesto agujero negro, de una pequeña estrella bautizada como SO-20. Los puntos representan la posición de la estrella al principio de cada año y la cruz es la ubicación probable del hipotético agujero negro. El telescopio con el que se han medido las posiciones no es un telescopio ordinario, pero ello no afecta a los cálculos que deberá hacer.





La escala de la figura no representa distancias, sino los ángulos que, vistos desde nuestra Tierra, forma la posición de la estrella con el agujero negro.

- Calcule a qué longitud equivale un segundo de arco en la figura.
- Calcule la velocidad media de la estrella durante el año 2000. Compare con la velocidad media de la Tierra en su órbita alrededor del Sol.
- Calcule cuál será la posición de la estrella SO-20 en la actualidad y cuál es el período de su órbita. Explique en qué se basa para dar su respuesta.
- La figura muestra claramente que la órbita ni es circular ni tiene al agujero negro como centro. Aun así estime la masa del agujero negro como si la órbita fuera circular.
- La estrella más masiva conocida tiene una masa que es 265 veces la del sol. Los escépticos en relación con la existencia de agujeros negros, ¿pueden argumentar que en realidad SO-20 orbita alrededor de otra estrella?

DATOS:

Velocidad de la luz:	$c = 3 \cdot 10^8$ m/s
Distancia que nos separa del centro de la galaxia:	$D_C = 29000$ años-luz
Radio de la órbita de la Tierra:	$R_O = 150 \cdot 10^6$ km
Masa del Sol:	$M_S = 1,99 \cdot 10^{30}$ kg

(Adaptado de: J. B. Hartle, *Gravity: an Introduction to Einstein's General Relativity*, Ed. Wiley, 2003)

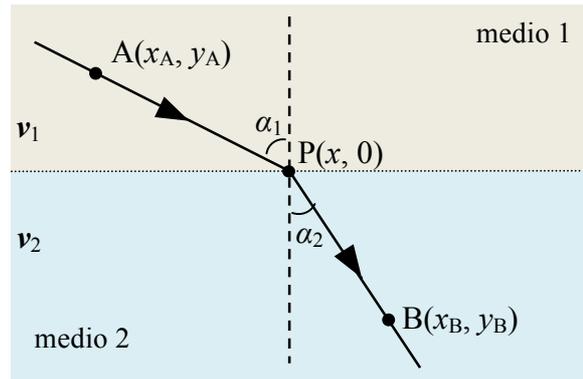
PRUEBA N° 5

LA FÍSICA, UNA TEORÍA DE MÍNIMOS (casi siempre ...)

El *Principio de Fermat del tiempo mínimo* establece que entre los diferentes trayectos que puede seguir un rayo de luz cuando se desplace entre dos puntos, seguirá aquel para el cual el tiempo empleado sea mínimo.

Así, supongamos que un rayo luminoso se desplace desde un punto A de coordenadas (x_A, y_A) situado en un medio en el que su velocidad es v_1 hasta otro punto B de coordenadas (x_B, y_B) situado en otro medio en el que su velocidad es v_2 .

Dado que el rayo luminoso viaja en línea recta en un mismo medio (*Principio de Fermat*), asumamos que lo hace desde el punto A hasta el punto P, punto cualquiera en la interfase de ambos medios, y desde el punto P hasta el punto B tal como muestra la figura.



Para facilitar cálculos tomemos la línea de separación entre ambos medios como eje X.

- a) Demuestre que el tiempo empleado por el rayo para ir de A a B, viene dado por la expresión:

$$t = \frac{\sqrt{(x - x_A)^2 + y_A^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{(x_B - x)^2 + y_B^2}}{v_2}$$

- b) Aplique el *Principio de Fermat* a la expresión anterior y obtenga la condición que tienen que cumplir α_1 y α_2 para que el trayecto desde A hasta B dure un tiempo mínimo.

Recuerde que $\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$

- c) ¿Qué expresión “conocida” encuentra si multiplica el resultado anterior por la velocidad de la luz? Coméntela brevemente.